Taki Academy
www.takiacademy.com

Mathématiques

Théme : Probabilités

Les types de tirages 4

4ème année

Exercice :

Une urne contient **10 boules** indiscernables au toucher :

$$\begin{cases} 3 \text{ boules rouges numérotées : } 0 ; 1 ; 1 \\ 4 \text{ boules blanches numérotées : } 0 ; 0 ; 1; 1 \\ 3 \text{ boules Noires numérotées : } (-1) ; 0; 1 \end{cases}$$

1°) On tire simultanément 3 boules de l'urne et on considère les événements suivants :

A : "avoir 3 boules de même couleur"

B : "avoir 3 boules dont le produit des numéros est nul"

C : "avoir 3 boules dont la somme des numéros est nulle"

a) Calculer $p(A)$; $p(B)$; $p(C)$; $p(A/B)$ et $p(\overline{A}/B)$.

b) Calculer $p(A \cap C)$; $p(A \cup C)$; $p(A/C)$ et $p(A/\overline{C})$.

2°) On dispose d'un dé équilibré dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

On lance le dé et on considère l'évènement

E "obtenir un numéro pair sur la face supérieure du dé". Calculer p(E).

3°) On lance le dé, si on obtient un numéro pair on tire **successivement et avec remise** 2 boules de l'urne si non on tire successivement et sans remise 2 boules de l'urne .

On considère l'évènement **F** "obtenir deux boules de même numéro ".

a) Calculer $p(F/E)$; $p(F/\overline{E})$ et en déduire $p(F)$.

b) Si les deux boules tirées sont de même numéro Calculer la probabilité d'avoir un numéro pair sur le dé.

1°) $card(\Omega) = C_{10}^3 = 120$

2°) $p(A) = \dfrac{C_3^3 + C_4^3 + C_3^3}{C_{10}^3} = \dfrac{1}{20}$

b) $B = \{(0,\bar{0},\bar{0}) ; (0,0,\bar{0}) ; (0,0,0)\}$

$p(B) = \dfrac{C_4^1 \times C_6^2 + C_4^2 \times C_6^1 + C_4^3}{C_{10}^3} = \dfrac{5}{6}$

c) $C = \{(0,0,0) ; (0,1,-1)\}$

$p(C) = \dfrac{C_4^3 + C_4^1 \times C_5^1 \times C_1^1}{C_{10}^3} = \dfrac{1}{5}$

- $p(A/B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(B)}$

$$p(A \cap B) = \frac{C_1^1 \times C_2^1 + C_2^1 \times C_2^2 + C_1^1 \times C_2^2 + C_2^2 \times C_2^1}{C_{10}^3}$$

$$= \frac{1}{20}$$

Ainsi $\boxed{p(A/B) = \dfrac{\frac{1}{20}}{\frac{5}{6}} = \dfrac{3}{50}}$

- $\boxed{p(\bar{A}/B) = 1 - p(A/B) = \dfrac{47}{50}}$

b) $A \cap C = (N_0, N_1, N_{-1})$

$$\boxed{p(A \cap C) = \frac{C_1^1 \times C_1^1 \times C_1^1}{C_{10}^3} = \frac{1}{120}}$$

- $\boxed{p(A \cup C) = p(A) + p(C) - p(A \cap C)}$

$$= \frac{1}{20} + \frac{1}{5} - \frac{1}{120} = \boxed{\frac{29}{120}}$$

- $\boxed{p(A/C) = \dfrac{p(A \cap C)}{p(C)} = \dfrac{1}{24}}$

- $p(A/\bar{C}) = \dfrac{p(A \cap \bar{C})}{p(\bar{C})}$

$$= \frac{P(C) - P(A \cap C)}{1 - P(C)} = \frac{\frac{1}{20} - \frac{1}{120}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{5}{46}$$

Donc $\boxed{p(A/\bar{C}) = \frac{5}{96}}$

2) $\boxed{p(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}}$

3) a) $F/E = \{(0,0)(1,1)(-1,-1)\}$

$$\boxed{p(F/E) = \frac{4^2 + 5^2 + 1^2}{10^2} = \frac{21}{50}}$$

$F/\bar{E} = \{(0,0) \text{ ou } (1,1)\}$

$$\boxed{p(F/\bar{E}) = \frac{A_4^2 + A_5^2}{A_{10}^2} = \frac{16}{45}}$$

) $\boxed{p(F) = P(F \cap E) + p(F \cap \bar{E})}$

$$= p(F/E) \cdot p(E) + p(F/\bar{E}) \cdot p(\bar{E})$$

$$= \frac{21}{50} \times \frac{1}{2} + \frac{16}{45} \times \frac{1}{2} = \frac{349}{900}$$

c) $p(E|F) = \dfrac{p(E \cap F)}{p(F)} = \dfrac{\frac{21}{50} \times \frac{1}{2}}{\frac{349}{900}} = \dfrac{189}{900}$